



نام و نام خانوادگی: \_\_\_\_\_  
 کلاس: یازدهم  
 نام دبیر: آقای امام  
 رشته تحصیلی: ریاضی فیزیک  
 شماره: \_\_\_\_\_

مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۱۴  
 دیارستان غیر دولتی پسرانه پیام غدیر  
 پایانی اول ۹۸-۹۹  
 تاریخ امتحان: ۹۸/۱۰/۱۹  
 نام درس: هندسه ۲  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه  
 ساعت شروع امتحان: ۸:۳۰ صبح  
 تعداد برگ سئوال: ۲ صفحه

| ردیف | بارم             | تعاریف و مفاهیم   |                |                  |        |                |       |        |      |  |   |   |  |   |   |   |   |       |   |   |  |   |   |   |   |       |
|------|------------------|---|----------------|------------------|--------|----------------|-------|--------|------|--|---|---|--|---|---|---|---|-------|---|---|--|---|---|---|---|-------|
| ۱    | ۱/۷۵             | <p>۱) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:</p> <p>(الف) یک خط و یک دایره برهم مماس اند اگر و تنها اگر این خط در نقطه تماس با دایره، بر <u>ساعده دایره</u> بود.</p> <p>(ب) دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع نمی کنند، با هم <u>موابذله</u>... اگر و تنها اگر کمان های محدود بین آنها مساوی باشد.</p> <p>(ج) اگر دو دایره در طرفین مماس مشترک باشند آن مماس را مماس مشترک <u>داخلی</u>... دو دایره می نامند.</p> <p>(د) یک چند ضلعی <u>محضی</u> است اگر و فقط اگر همه نیمسازهای زاویه های آن در یک نقطه همرس باشند، همچنین این نقطه مرکز دایره <u>محاطی</u>... چند ضلعی می باشد.</p> <p>(ه) تبدیل یافته یک شکل را <u>تصویر</u> آن شکل نامیده و تبدیل هایی که طول پاره خط را حفظ می کنند تبدیلات <u>طولپایانه</u> نامیده می شوند.</p> <p>۲) عبارات زیر را تعریف کنید.</p> <p>(الف) زاویه ظلی: زاویه ای است که میان آن روی محیط دایره باشد و بین صلع آن و مرکز دایره را دارد.</p> <p>(ب) خط مرکزین: پاره خطی است که مرکز رودایره را به تکمیل وصل می کند.</p> <p>(ج) چند ضلعی محاطی: هر چند ضلعی که تمام رأس آن بر محیط دایره واقع شده باشد.</p> <p>(د) تبدیل T: در صفحه P، تابعی است که هر نقطه A را صفحه P (عنوان لغات نطقه ماده A را) به صفحه نظری که در عکس (نقاشی ارائه تعریف الرام) میست!</p> |                |                  |        |                |       |        |      |  |   |   |  |   |   |   |   |       |   |   |  |   |   |   |   |       |
| ۲    | ۱/۷۵             | <p>۱) جدول زیر را کامل کنید. (✓ هست و ✗ نیست)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>کایت</th> <th>ذوزنقه<br/>متقارن</th> <th>ذوزنقه</th> <th>متوازی الاضلاع</th> <th>لوزی</th> <th>مستطیل</th> <th>مربع</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>✗</td> <td>✓</td> <td></td> <td>✗</td> <td>✗</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>محاطی</td> </tr> <tr> <td>✓</td> <td>✓</td> <td></td> <td>✗</td> <td>✓</td> <td>✗</td> <td>✓</td> <td>محیطی</td> </tr> </tbody> </table> <p>* توجه داشته باشید برای هر چهار ضلعی باید هر دو مورد آن را درست پاسخ بدھید تا نمره را دریافت کنید.</p>   | کایت           | ذوزنقه<br>متقارن | ذوزنقه | متوازی الاضلاع | لوزی  | مستطیل | مربع |  | ✗ | ✓ |  | ✗ | ✗ | ✓ | ✓ | محاطی | ✓ | ✓ |  | ✗ | ✓ | ✗ | ✓ | محیطی |
| کایت | ذوزنقه<br>متقارن | ذوزنقه  | متوازی الاضلاع | لوزی             | مستطیل | مربع           |       |        |      |  |   |   |  |   |   |   |   |       |   |   |  |   |   |   |   |       |
| ✗    | ✓                |   | ✗              | ✗                | ✓      | ✓              | محاطی |        |      |  |   |   |  |   |   |   |   |       |   |   |  |   |   |   |   |       |
| ✓    | ✓                |   | ✗              | ✓                | ✗      | ✓              | محیطی |        |      |  |   |   |  |   |   |   |   |       |   |   |  |   |   |   |   |       |
| ۴    | ۲/۲۵             | <p>۱) در دایره (O, R) و <math>\widehat{AB} = 60^\circ</math> و <math>AB = 10</math></p> <p>(الف) فاصله مرکز دایره از وتر AB را بیابید.</p> <p>برای حل: <math>OA = OB = R \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \frac{120}{2} = 60^\circ</math></p> <p><math>\rightarrow OA = OB = AB = 10 \Rightarrow AH = BH = 5 \rightarrow OA^2 = OH^2 + AH^2</math></p> <p><math>\rightarrow 10^2 = OH^2 + 5^2 \rightarrow OH^2 = 100 - 25 = 75 \rightarrow OH = \sqrt{75}</math></p>   |                |                  |        |                |       |        |      |  |   |   |  |   |   |   |   |       |   |   |  |   |   |   |   |       |

| ردیف | بارم   |
|------|--|
| ۴    | <p>ب) طول کمان <math>AB</math> را بیابید.</p> $\frac{L_{AB}}{\pi R} = \frac{\alpha}{180} \rightarrow \frac{L}{\pi \times 10} = \frac{\frac{45}{180}}{\frac{1}{2}} \rightarrow L = \frac{10\pi}{3}$ <p>ج) مساحت قطعه محدود به وتر و کمان <math>AB</math> را بیابید.</p> $S_{قطع} = S_{\text{مقطع}} - S_{\text{کمان}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 = \frac{\pi \times 10^2 \times \frac{\pi}{6}}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = \frac{50}{3}\pi - 25\sqrt{3}$  |
| ۵    | <p>در دو دایره <math>(O_1, \alpha)</math> و <math>(O_2, \beta)</math>، طول مماس مشترک خارجی برابر است با <math>2\sqrt{15}</math>.</p> <p>الف) بدون حل مسئله و با ذکر دلیل بگوئید آیا این دو دایره می‌توانند مماس داخل باشند؟</p> <p>خیر - زیرا اگر مماس داخل باشند آنها مماس مشترک خارجی که نیاز به حفظ و طول آن داشته باشند.</p> <p>ب) طول پاره خط <math>O_1O_2</math> را بیابید.</p> $TT' = d^2 - (R - R')^2 \rightarrow (2\sqrt{15})^2 = d^2 - (8 - 2)^2$ $\rightarrow 40 = d^2 - 36 \rightarrow d^2 = 40 + 36 = 76 \rightarrow d = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$ <p>ج) اکنون با توجه به قسمت «ب» وضع نسبی دو دایره را با ذکر دلیل بیان کنید.</p> $\begin{array}{l} d = 2\sqrt{19} \\ R + R' = 10 \\ R - R' = 2 \end{array} \rightarrow R - R' < d < R + R' \rightarrow \text{دو دایره متعاطعند}$   |
| ۶    | <p>الف) مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را به دست آورید که در دایره ای به شعاع <math>10\text{ cm}</math> محاط شده باشد.</p> $S = \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$ <p>ب) یک ذوزنقه به قاعده های <math>4</math> و <math>9</math> سانتی متر، هم محیطی است و هم محاطی است؛ مساحت آن را بیابید.</p> $S = \frac{1}{2} (a+b) \sqrt{ab} = \frac{1}{2} (4+9) \sqrt{4 \times 9} = \frac{1}{2} \times 13 \times 6 = 39$ <p>ج) طول ارتفاعهای وارد بر اضلاع یک مثلث <math>3</math> و <math>4</math> و <math>5</math> سانتی متر است اندازه شعاع دایره محاطی داخلی مثلث را محاسبه کنید.</p> $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{4+3+2}{12} = \frac{9}{12} \rightarrow r = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ <p>*تذکر: در هیچکدام از قسمتهای فوق به اثبات روابط نیازی نیست.</p> |
| ۷    | <p>مطلوب است رسم مماس از نقطه <math>M</math> خارج دایره <math>(O, R)</math> بر آن دایره (مراحل، شکل دقیق اثبات)</p> <p>مراحل: ۱- از نقطه <math>M</math> به مرکز دایره وصل کرد و سطح آن را <math>N</math> نامیم</p> <p>۲- به مرکز <math>N</math> و سطح <math>MN = MN</math> دایره ای رسم کرد و علی قطعه آن را با دایره <math>C</math> نتاط <math>T</math> و <math>T'</math> نامیم</p> <p>۳- لزنتاً <math>M</math> به نقطه <math>T</math> و <math>T'</math> وصل کنیم <math>MT</math> و <math>MT'</math> محکمی را برقرار می‌نمایند.</p> <p>ربات: از <math>T</math> و <math>T'</math> به مرکز دایره <math>C</math> وصل کنیم منواحیم داشت:</p> $\hat{OTM} = \hat{OMT} = \frac{180}{r} = 90^\circ$ <p>و صد درجه را نشان می‌دهیم که درجه <math>90^\circ</math> می‌باشد برای دو قطب</p>  |

| ردیف | قضایا   | بارم |
|------|---|------|
| ۸    | <p>اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمانی مقابل به آن زاویه.</p> <p>حالات (الف) بوضلع زاویه می از مرکز دایره عبور کند.<br/>حالات (ب) درضلع دوطرف مرکز زوایه از مرکز دایره انداده اند و میتوانند بخط قطع کنند.</p> $\hat{A} = \hat{BAD} - \hat{CAD}$ $\hat{A} = \frac{\hat{BD}}{2} - \frac{\hat{DC}}{2}$ $\hat{A} = \frac{\hat{BD} - \hat{DC}}{2} = \frac{\hat{BC}}{2}$ $\hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2$ $\hat{A} = \frac{\hat{BD}}{2} + \frac{\hat{DC}}{2}$ $\hat{A} = \frac{\hat{BD} + \hat{DC}}{2} = \frac{\hat{BC}}{2}$ $OB = OA = R \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$ $\hat{O} = \hat{A} + \hat{B} = \hat{A} + \hat{A} = 2\hat{A}$ $\hat{O} = \hat{BC}$ $2\hat{A} = \hat{BC}$ $\hat{A} = \frac{\hat{BC}}{2}$   | ۲    |
| ۹    | <p>هرگاه خط های شامل دو وتر دلخواه <math>CD</math> و <math>AB</math> در نقطه <math>M</math> (درون یا بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند آن گاه <math>MA \times MB = MC \times MD</math> و بر عکس.</p> <p>برهه: پاره خط های <math>CD</math> و <math>AB</math> را به فوچ می آوریم.</p> <p>صادق اسے نظر نماییم. میزان این از نتیجه <math>A</math> و <math>C</math> و <math>B</math> و <math>D</math> میگیریم.</p> <p>دایره ای اندیشه نهایت اثراین را بر <math>M</math> از <math>D</math> نیز بلند فرموده است.</p> <p>و از نظر ردداریم:</p> $\hat{A} = \hat{C} = \frac{\hat{BD}}{2}$ $\hat{D} = \hat{B} = \frac{\hat{AC}}{2}$ $\Delta MAD \sim \Delta MBC$ $\rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MC}$ $\rightarrow MA \cdot MB = MC \cdot MD$ $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ $MA \cdot MB = MC \cdot MD'$ $MC \cdot MD = MC \cdot MD'$ $MD = MD'$ $MD = MD'$ | ۲    |
| ۱۰   | <p>یک چهار ضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابله، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر باشد. این انتهای زوایه را بگیرید.</p> <p>برهه: میدانیم رسم شده از <math>M</math> بر <math>AB</math> و <math>CD</math> بروزگاره بارز است و با این داریم:</p> $AM = AQ$ $BM = BN$ $DP = DQ$ $CP = CN$ $\underline{AM + BM + DP + CP} = \underline{AQ + DQ + BN + CN}$ $AB + CD = AD + BC$ $AB + CD = AD + BC \rightarrow AB - BC = AD - CD$ $AB + CD' = AD + BC \rightarrow AB - BC = AD' - CD'$ $AD - CD = AD' - CD' \rightarrow AD - AD' = CD - CD'$ $AD' = CD - CD' \rightarrow CD = DD' + CD'$   | ۲    |
| ۱۱   | <p>وتروهای محدود به دو کمان برابر با یکدیگر مساویند و بر عکس.</p> <p>برهه: از مرکز دایره به رأسی و تحراره میل و نماییم.</p> <p>برهه:</p> $\left\{ \begin{array}{l} AB = CD \\ \hat{AB} = \hat{CD} \end{array} \right.$ $\text{برهه:}$ $\left\{ \begin{array}{l} AB = CD \\ \hat{AB} = \hat{CD} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} AB = CD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OA = OC \\ OB = OD \end{array} \right.$ $\rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$ $\rightarrow \hat{AB} = \hat{CD}$ $\rightarrow AB = CD$   | ۱    |