نام دبیر : آقای صیدری

تاریخ امتحان :

رشته تحصیلی: ریاضی و فیزیک

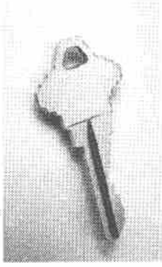
ساعت شروع امتحان : صبح

مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۱۴

دبیرستان غیر دولتی پسرانه پیام غدیر

پایانی اول ۹۸-۹۷

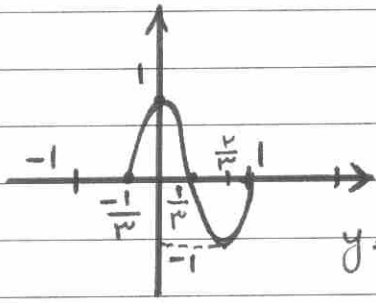
پاسخ نامه درس : حسابان ۲



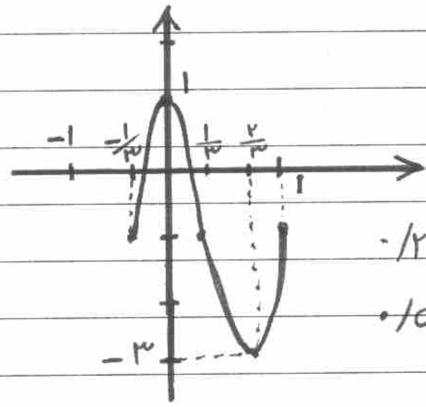
ستاد امتحانات

دبیرستان پیام غدیر

۱- اگر (x_0, y_0) روی تابع f باشد نقطه نظیر روی تابع مورد نظر $(\frac{x_0-1}{3}, 2y_0-1)$ خواهد بود پس نمودار به صورت زیر است.



$y=f(3x+1)$



هر تغییر ۰/۲۵

دامنه ۰/۵

۲- $f(g(x)) = \log_{0/5}(-x^3+3x^2-3x)$,

$f(x)=\log_{0/5} x \rightarrow$ تابعی نزولی اکید ۰/۲۵

$g(x) = -x^3+3x^2-3x+1-1 = -(x-1)^3-1$ با توجه به نمودار نزولی اکید. ۰/۲۵

$x_1<x_2 \xrightarrow{g\ \text{نزولی اکید}} g(x_1)>g(x_2) \xrightarrow[\text{اکید}]{f\ \text{نزولی}} f(g(x_1))<f(g(x_2))$

پس fog (که همان) تابع مورد نظر است اکیداً صعودی است ۰/۲۵

۳- $f(|x-1|)-f(x+1)\geq 0 \Rightarrow f(|x-1|)\geq f(\sqrt{x+1}) \xrightarrow[\text{نزولی}]{f\ \text{اکیداً}} |x-1|\leq\sqrt{x+1}$

$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2-2x+1\leq x+1 \Rightarrow x^2-3x\leq 0 \Rightarrow 0\leq x\leq 3$

از طرفی $x\geq -1$

$\Rightarrow D=[0,3]$

۴ـ

$p(1)=3$ (۰/۱۲۵) , $p(-1)=-4$ (۰/۱۲۵) $p(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ -a+b=-4 \end{cases} \longrightarrow b=\frac{-1}{2},\ a=\frac{7}{2}$ (۰/۵) $R=\frac{7}{2}x-\frac{1}{2}$ (۰/۵)

۵ـ

$x^{23}+x^{20}=(x^4-x^3+x^2-x+1)Q(x)+R \xrightarrow{x(x+1)} (x+1)(x^{23}+x^{20})=(x^5+1)Q(x)+R(x+1)$ (۰/۱۲۵) (۰/۱۲۵)

$x^5=-1 \Rightarrow \cancel{(x+1)}((-1)^4\cdot x^3+1)=R\cancel{(x+1)} \Rightarrow R=x^3+1$ (۰/۱۲۵) (۰/۱۲۵)

۶ـ

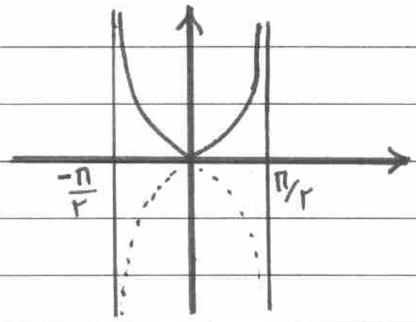
$-1<2<3 \xrightarrow{\text{صعودی } f} f(-1)<f(2)<f(3) \Rightarrow -2<a^2+a<0$ (۰/۱۲۵) (۰/۱۲۵)

$\begin{cases} a^2+a+2>0 \xrightarrow{\Delta<0} \text{همواره برقرار} \\ a^2+a<0 \Rightarrow -1<a<0 \end{cases}$ (۰/۵)

۷ـ

$x\in[0,\frac{\pi}{2}) \Rightarrow y=\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\frac{2\sin x\cos x}{2\cos^2 x}=\tan x$

$x\in(-\frac{\pi}{2},0) \Rightarrow y=\frac{-\sin 2x}{1+\cos 2x}=-\tan x$



۸ـ

$T=\frac{13\pi}{18}-\frac{\pi}{18}=\frac{12\pi}{18}=\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{|b|}$ (۰/۵) $\Rightarrow |b|=3 \xrightarrow[\text{به نمودار}]{\text{با توجه}} b=3$ (۰/۲۵)

مقدار max: $a+2=1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \boxed{a=-1}$ (۰/۲۵)

۹ـ

1) $2\sin^2 x-1+\cos x=0 \Rightarrow -\cos 2x+\cos x=0 \Rightarrow \cos 2x=\cos x$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow 2x=2k\pi\pm x$ (۰/۵) $\Rightarrow x=2k\pi$ یا $x=\frac{2k\pi}{3}$ (۰/۵)

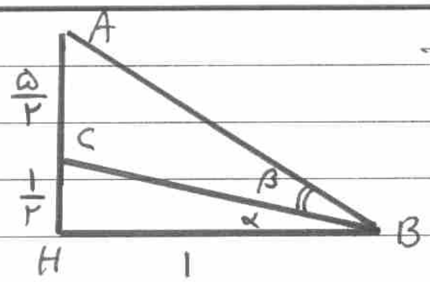
دنباله پاسخ نامه امتحان درس :   رشته :   تاریخ امتحان :

۹-

۲) $\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=1 \Rightarrow \sin(x+\pi/4)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۵)

$$\Rightarrow \begin{cases} x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\pi/4 \ (0/5) \longrightarrow x=2k\pi \\ x+\pi/4=2k\pi+\pi-\pi/4 \qquad\quad x=2k\pi+\pi/2 \end{cases}$$ (۰/۵)

۱۰-



$\tan(\alpha+\beta)=\frac{AH}{BH}=3$ (1)

$\tan\alpha=\frac{CH}{BH}=\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{(1)} \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=3 \longrightarrow \frac{\frac{1}{2}+\tan\beta}{1-\frac{1}{2}\tan\beta}=3$

$\Rightarrow \tan\beta=1 \Rightarrow \beta=k\pi+\pi/4 \Rightarrow$ حاد $\beta=\pi/4$

۱۱-

۱) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{4[-\sin x]-[x]}{\cos x}=\frac{4\times -1-1}{0^-}=\frac{-5}{0^-}=+\infty$ (۱,۲۵ نمره)

۲) $\lim_{x\to 2^-}\frac{x+3}{2x^2-3x-2}=\frac{5}{0^-}=-\infty$ (۰/۷۵)

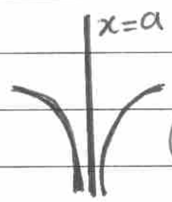
۱۲-

$\lim_{x\to 3}\frac{x-4}{2x^2+ax+b}=-\infty=\frac{-1}{0^+}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2x^2+ax+b=2(x-3)^2$ (۰/۵)

$\Rightarrow a=-12$ (۰/۲۵) , $b=18$ (۰/۲۵)

۱۳-

$x\to a:\ f(x)\longrightarrow 0^-$ $\qquad \lim_{x\to a}\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{0^-}=-\infty$ (۰/۲۵)



(۰/۲۵)

$x\to b^+:\ f(x)\longrightarrow 0^+$ $\qquad \lim_{x\to b^+}\frac{1}{f(x)}=+\infty$ (۰/۲۵)

$x\to b^-:\ f(x)\longrightarrow 0^-$ $\qquad \lim_{x\to b^-}\frac{1}{f(x)}=-\infty$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

دنباله پاسخ نامه امتحان درس :   رشته :   تاریخ امتحان :

۱۴-

$$\lim_{x\to -1^+}\Big(f\big(f(\underbrace{x^2+x}_{0^-})\big)\Big) = \lim_{x\to 0^-} f(\underbrace{f(x)}_{1^-}) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$$

۰/۵   ۰/۲۵   ۰/۲۵

۱۵-

$x^2-4=0 \longrightarrow x=\pm 2$

-2 مجانب نیست

۰/۵

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad ,$$

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$x=2$ مجانب قائم

۰/۵

۱۶-

$$x^2-4x=0 \begin{cases} \nearrow x=0 \\ \searrow x=4 \end{cases} \xrightarrow[\text{پس یکی از این دو ریشه صورت هم هست}]{\text{یک مجانب قائم داریم}}$$

$\boxed{x=0}$ مجانب قائم

$\boxed{x=4}$ ریشه صورت $\longrightarrow 4a+2=0$

$a=\frac{-1}{2}$

۰/۵   ۰/۲۵