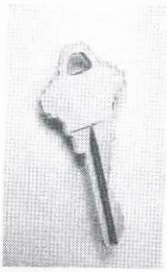
ستاد امتحانات
دبیرستان پیام غدیر



مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۱۴
دبیرستان غیر دولتی پسرانه پیام غدیر
پایانی اول ۹۷-۹۶
پاسخ نامه درس : حسابان دوازدهم و دانشگاهی

نام دبیر : آقای حیدری
تاریخ امتحان :
رشته تحصیلی: ریاضی فیزیک

ساعت شروع امتحان : صبح

دبیرستان پیام غدیر

۱-

$$\frac{۱۳۲-۱۳}{۹۰}=\frac{۱۱۹}{۹۰}=\frac{a}{b} \longrightarrow a+b=۲۰۹$$

(۰/۷۵) (۰/۲۵)

۲-

$$|۲x-۱|<۲ \longrightarrow \left|x-\frac{۱}{۲}\right|<۱ \rightsquigarrow \text{مرکز}=\frac{۱}{۲}$$

(۰/۵) (۰/۵)

شعاع = ۱

۳-

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\frac{۳^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{۳^n}{n!}}=\frac{۳}{n+1} \longrightarrow \begin{cases} \text{از جمله اول به دوم صعودی} \\ \text{از جمله سوم به بعد نزولی} \end{cases}$$

(۰/۵) (۰/۵)

$$\frac{a_۲}{۲}=\frac{a_۳}{۳}=\frac{۹}{۲}=\sup$$

(۰/۵)

۴-

$$\forall \varepsilon>۰ \quad \exists M\in\mathbb{N} \; ; \; n\geq M \longrightarrow \left|\frac{۲n+۱}{n+۳}-۲\right|<\varepsilon$$ (۰/۲۵)

$$\left|\frac{۲n+۱}{n+۳}-۲\right|<\varepsilon \longrightarrow \left|\frac{-۵}{n+۳}\right|<\varepsilon \Rightarrow \frac{۵}{n+۳}<\varepsilon \longrightarrow \frac{n+۳}{۵}>\frac{۱}{\varepsilon}$$ (۰/۲۵)

$$\Rightarrow n>\frac{۵}{\varepsilon}-۳ \longrightarrow n\geq\left[\frac{۵}{\varepsilon}-۳\right]+۱ \Rightarrow M=\left[\frac{۵}{\varepsilon}\right]-۲$$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)

۵-

۱) $$\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n^۲+۲n}-\sqrt{n^۲+۴n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{|n+۱|}{+}-\frac{|n+۲|}{+}=-۱$$

(۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵)

۲) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{۲n+۱}{۲n+۳}\right)^{۳n}=e^{\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{۲n+۱}{۲n+۳}-۱\right)۳n}=e^{\lim_{n\to+\infty}\frac{-۶n}{۲n+۳}}=e^{\frac{-۶}{۲}}=\frac{۱}{e^۳}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)

۶- دو دنباله همگرا به ۲ مانند $a_n = 2 - \frac{1}{n}$ ، $b_n = 2 + \frac{1}{n}$ را در نظر می‌گیریم ۰/۵

$\lim_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim_{n\to+\infty} [2 - \frac{1}{n}] = [2^-] = 1$ (۰/۲۵) ← حدی نیست

$\lim_{n\to+\infty} f(b_n) = \lim_{n\to+\infty} [2 + \frac{1}{n}] = [2^+] = 2$ (۰/۲۵)

پس حد وجود ندارد (۰/۲۵)

۷-

۱) $\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x-2)}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = -2$ (۱ نمره)

۲) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+5x-1}}{x+\sqrt[3]{x}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{-x}{|x|}}{x} = -1$ (۰/۷۵)

۳) $\lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2\frac{3x}{2}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{2\times\frac{9x^2}{4}}{x^2} = \frac{9}{2}$ (۱)

۴) $\lim_{x\to 0} (1-\tan x)^{\cot x} = e^{\lim_{x\to 0} -\tan x \cdot \cot x} = e^{-1} = \frac{1}{e}$ (۱)

۵) $\lim_{x\to 1^+} \frac{x-1}{-\cos\frac{\pi x}{2}} = \lim_{x\to 1} \frac{1}{\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi x}{2}} = \frac{2}{\pi}$ (۱/۲۵)

۸-

$x = -1, 0, 1, 2, 3$ ، اعدادی که داخل جزء صحیح را صحیح می‌کنند

$\xrightarrow[x^2-1=0 \text{ را می‌شود}]{\text{برابر } x=\pm 1}$ نقطه ناپیوستگی $b = 0, 2, 3$

(۰/۵ نمره) سه نقطه (۰/۵ نمره)

۹-

مجانب قائم : $x = 0$ (۰/۵)

مجانب مایل :

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x^2-5 & x^2-x \\ -3x^3+3x^2 & 3x+5 \\ \hline 5x^2-5 & \\ -5x^2+5x & \\ \hline 5x-5 & \end{array}$$

$y = 3x + 5$ (۰/۷۵)

۱۰- (۰/۲۵) طبق قضیه بولتزانو معادله حداقل یک ریشه در بازه $(1,-1)$ دارد

$f(1)f(-1) = 1(-7) = -7 < 0$ (۰/۵) ← تابع f پیوسته است (۰/۲۵)

۱۳-

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} f\left(\frac{x+۱}{۲-x}\right) = \lim_{x\to ۲^+} \frac{|x^{۲}-۴|}{\sin \pi x} = \lim_{x\to ۲^+} \frac{۲x}{\pi \cos \pi x} = \frac{۴}{\pi}$$

(+) (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴-

$$f'_{+}(۱) = \lim_{x\to ۱^+} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^+} \frac{|x^{۲}-۱|}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^+} \frac{(x-۱)(x+۱)}{x-۱} = ۲$$

(۰/۲۵)

نوشتن عبارت زیر قدر مطلق گویا است (۰/۵)

$$f'_{-}(۱) = \lim_{x\to ۱^-} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-} \frac{-(x-۱)(x+۱)}{x-۱} = -۲$$

(۰/۲۵)

و نتیجه گرفتن مشتق ناپذیر

۱۵- ریشه‌های داخل قدر مطلق $x=\pm ۱$ هستند که باید ریشه‌های $x^{۲}+ax+b$ نیز باشند (۰/۵)

$$\rightarrow a=۰ \ , \ b=-۱ \rightarrow a+b=-۱$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)